

Занятие 4. Теория вероятности

$\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n\}$ – множество элементарных исходов

Классическая вероятность

Событие это множество состоящее из элементарных исходов

$\mathbb{P}(A) = \frac{|A|}{n}$ – вероятность события $A \subseteq \Omega$

$\mathbb{P}(\{\omega_i\}) = \frac{1}{n}$ – элементарные события равновероятны

Пример: бросание кубика

$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ – выпадение 1, 2, 3... итд.

$A = \{6\}$ – выпадение 6

$\mathbb{P}(A) = \frac{1}{6}$ – вероятность выпадения 6

$B = \{2, 4, 6\}$ – выпадение четного числа

$\mathbb{P}(B) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ – вероятность выпадения четного числа

$$\Omega_2 = \Omega \times \Omega =$$

(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6),

(2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6),

(3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6),

(4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6),

(5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6),

(6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6),

Ω_2 – множество элементарных исходов после двух бросков кубика

$\mathbb{P}(\{(6, 6)\}) = \frac{1}{36}$ – вероятность выпадения двух шестерок подряд

Сложение и умножение вероятностей

Если события A и B несовместны, то $\mathbb{P}(A \cup B) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B)$

Если события A и B независимы, то $\mathbb{P}(A \cap B) = \mathbb{P}(A) \cdot \mathbb{P}(B)$

Можно обозначать $\mathbb{P}(A \cap B) = \mathbb{P}(AB)$

Несовместность означает, что события не могут произойти одновременно. Независимость означает, что происхождение одного события не влияет на вероятность другого.

Пример: при бросании одного кубика события выпадения 6 и четного числа несовместны. При бросании двух кубиков события выпадения 6 на первом кубике и 6 на втором кубике независимы.

Теория

Задания

1. Сколько существует способов построиться в ряд 3 людям? А 7?
2. В классе 20 человек. Сколько существует способов выбрать из них одного старосту? А двух? А троих?
3. В урне 5 белых и 7 черных шаров. Из урны выбирают наугад сразу два шара. Найдите вероятность того, что они оба окажутся белыми.
4. Из урны, содержащей 6 пронумерованных шаров, наугад вынимают по одному шару 6 раз. Найдите вероятность того, что номера вытянутых шаров будут идти по возрастанию.
5. Из урны, содержащей 6 пронумерованных шаров, наугад вынимают по одному шару, а затем возвращают, 6 раз. Найдите вероятность того, что номера вытянутых шаров будут идти по возрастанию.
6. В ящике имеется 10 белых и 15 черных шаров. Из ящика вынимаются 4 шара. Какова вероятность того, что все вынутые шары будут белыми?
7. Дима пишет на доске некоторую цифру, а Наташа на обратной стороне еще одну. Какова вероятность того, что сумма этих цифр окажется равной 5.
8. Кирилл имеет 5 кубиков с буквами А, К, К, У, Л. Какова вероятность того, что ребенок соберет, случайно переставляя кубики, слово «кукла»?
9. Трое друзей решают жребием, кто идет за соком. У них есть одна монета. Как им устроить честный жребий так, чтобы все имели равные шансы сбежать?

Домашнее задание

1. Какова вероятность выпадения числа, кратного трем, на двадцатигранном игровом кубике?
2. Шестигранный кубик бросили трижды. Какова вероятность того, что все три раза выпадет одно и то же число?
3. Какова вероятность выпадения орла 6 раз подряд при подбрасывании монетки?
4. $\mathbb{P}(A) = 0.5$, $\mathbb{P}(B) = 0.3$, $\mathbb{P}(AB) = 0.1$, $\mathbb{P}(A \cup B) = ?$
5. В игральной колоде 36 карт. Из них четыре туза. Какова вероятность того, что вытянув из колоды 5 карт, четыре из них будут тузы?