



ЗАОЧНАЯ ФИЗМАТШКОЛА

ИЗБРАННЫЕ ЗАДАНИЯ
РОССИЙСКИХ И
ЗАРУБЕЖНЫХ ЭКЗАМЕНОВ И
ОЛИМПИАД

- +7 495 650-99-95
- +7 495 694-36-00
- +7 925 505-24-42
- +7 916 151-25-94
- info@albioncom.ru

Занятие №10 (09.12.2023)

Кружок по математике



Несколько слов о домашнем задании



Задача №1. Три монеты

Есть три монеты, одна из них фальшивая (но нам неизвестно, легче она или тяжелее, чем настоящие). Как выяснить, какая монета фальшивая? Обойдитесь как можно меньшим количеством взвешиваний.

Задача №1. Три монеты

Решение:

1. Сравниваем любые две монеты. Если они равны, значит, они настоящие.
2. Если они разные, то сравниваем одну из них с третьей (которая уже точно настоящая), и понимаем, кто же фальшивый.

Итог - 2 взвешивания

Задача №2. 81 монета

Перед вами 81 монета, одна из них фальшивая (легче настоящих). Сколько взвешиваний понадобится, чтобы выяснить, какая монета фальшивая?

Задача №2. 81 монета

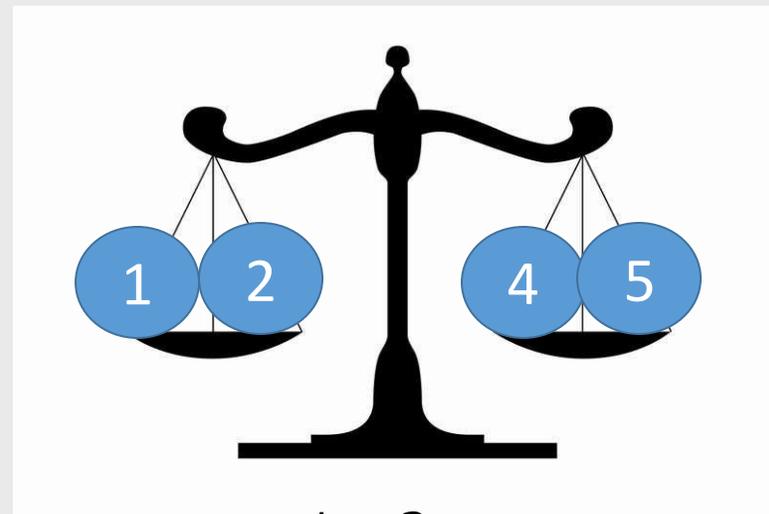
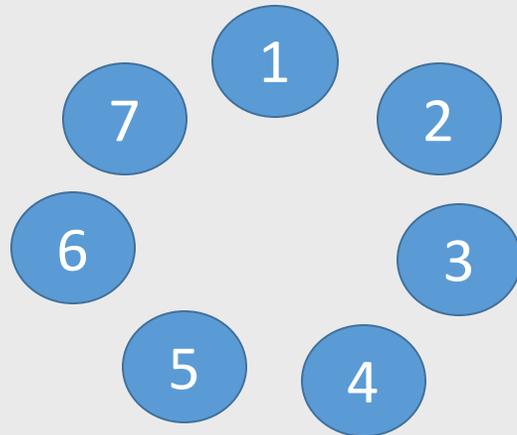
Решение: Делим на три кучки по 27, две сравниваем, выясняем, в какой фальшивая. Её снова делим на три части и так далее.

Задача №3. 81 монета

Семь монет расположены по кругу. Известно, что какие-то четыре из них, идущие подряд, — фальшивые и что каждая фальшивая монета легче настоящей. Объясните, как найти две фальшивые монеты за одно взвешивание на чашечных весах без гирь. (Все фальшивые монеты весят одинаково.)

Задача №3. 81 монета

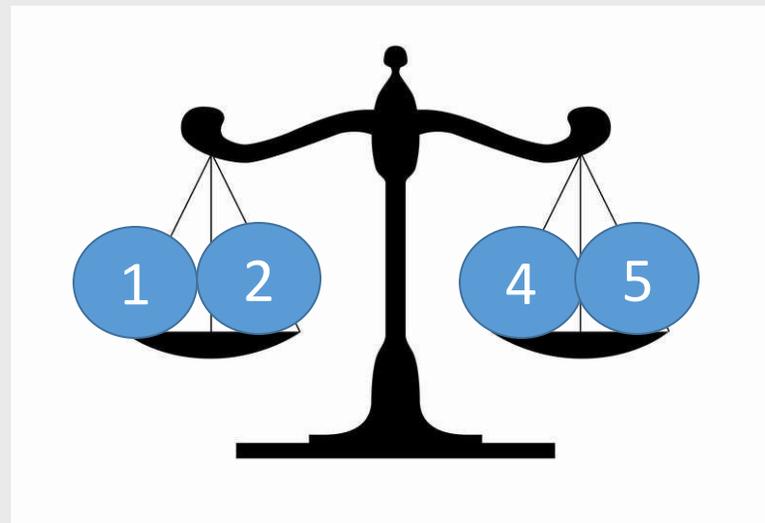
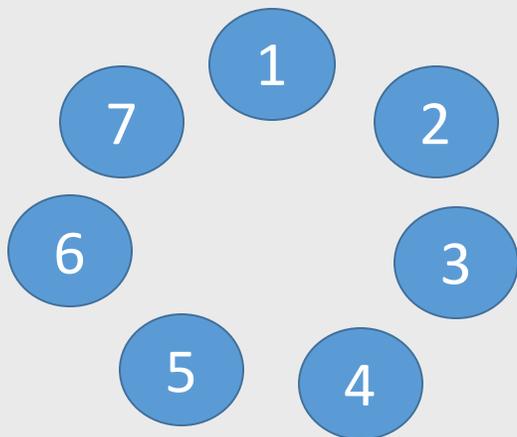
Решение: Заметим, что три настоящие монеты также лежат подряд. Занумеруем монеты по кругу, например, двигаясь по часовой стрелке, числами от 1 до 7.



На одну чашу весов положим монеты с номерами 1 и 2, а на другую — монеты с номерами 4 и 5.

Задача №3. 81 монета

Решение: При таком взвешивании все четыре фальшивые монеты не могут оказаться на весах и при этом настоящих монет на весах — не более двух.



Задача №3. 81 монета

Решение: Возможны 2 случая:

- 1) Одна из чаш легче. Тогда на ней обе монеты фальшивые.
- 2) Весы находятся в равновесии. Тогда на каждой чаше весов — одна фальшивая монета и одна настоящая. Следовательно, монеты 6 и 7 — фальшивые.

Задача №4. Сундуки с монетами

В 10 сундуках лежат монеты. В девяти лежат настоящие (весом 10 г), а в одном фальшивые (весом 11 г). Одним взвешиванием на двухчашечных весах со стрелкой определить сундук с фальшивыми. (Весы со стрелкой показывают, на сколько «тяжёлая» чаша весов тяжелее «лёгкой».)

Задача №4. Сундуки с монетами

Решение:

Пронумеруем мешки числами от 1 до 10. Из каждого мешка возьмем сколько монет, сколько на нем написано (от 1 до 10), и положим на левую чашку.

Если бы все монеты были настоящими, то левая чаша была бы на 550 г тяжелее правой. А так она будет тяжелее правой на $550 + i$ г, где i — номер мешка, из которого взяты фальшивые монеты.

Блиц-задача



В плену у аборигенов

Вас поймали аборигены и хотят вас съесть. Они дают вам возможность выбрать свою судьбу: вы должны сказать одно утверждение, и если оно будет истинным, они вас пожарят с луком, а если ложным — потушат в сметане. Что надо сказать, чтобы остаться в живых?

Десятое занятие. Переправы



Переправа

Отец с двумя сыновьями отправился в поход. На их пути встретилась река, у берега которой находился плот. Он выдерживает на воде или отца, или двух сыновей. Как переправиться на другой берег отцу и сыновьям?

Переправа

Решение:

О – отец, С – сын, > рейс на другой берег, < рейс обратно.
СС>, С<, О>, С<, СС>

Переливания

Губке Бобу срочно нужно налить из водопроводного крана 6 л воды. Но он имеет лишь два сосуда: 5-литровый и 7-литровый. Как ему это сделать?

Переливания

Решение:

1. Заполняем сосуд на 7 литров. Переливаем из него воду в сосуд на 5 литров. В результате в сосуде на 7 литров остается 2 литра. (7:2, 5:5)
2. Опустошаем сосуд на 5 литров и переливаем в него 2 литра, которые находились в сосуде на 7 литров. (7:0, 5:2)
3. Заполняем сосуд на 7 литров. Переливаем из него воду в сосуд на 5 литров. В результате в сосуде на 7 литров остается 4 литра. (7:4, 5:5)

Переливания

Решение:

4. Опустошаем сосуд на 5 литров и переливаем в него 4 литра, которые находились в сосуде на 7 литров. (7:0, 5:4)
5. Заполняем сосуд на 7 литров. Переливаем из него воду в сосуд на 5 литров. В результате в сосуде на 7 литров остается 6 литра. (7:6, 5:5)

Трое учеников

Трое учеников пошли на рыбалку, взяв с собой лодку, выдерживающую нагрузку до 100 кг. Как перебраться ученикам с берега реки на остров, если их массы равны 40 кг, 50 кг, 70 кг?

Крестьянин, волк, коза и капуста

Крестьянин с волком, козой и мешком капусты подошел к реке. Ему надо переправиться на другой берег, однако в лодке вместе с ним может поместиться либо волк, либо коза, либо капуста. Оставшись на берегу без крестьянина, волк съест козу, а коза – капусту. Как крестьянину переправиться без потерь?

Крестьянин, волк, коза и капуста

Решение:

В – волк, Кз – коза, Кп – капуста, > рейс на другой берег, < рейс
обратно.

Кз>, <, Кп>, Кз<, В>, <, Кз>.

Миссионеры и каннибалы - 1

В лодке, вмещающей только двух человек, с левого берега реки на правый должны переправиться два миссионера и два каннибала. Миссионеры боятся каннибалов, и хотят всё время быть вдвоём. Как им всем переправиться?

Миссионеры и каннибалы - 1

В лодке, вмещающей только двух человек, с левого берега реки на правый должны переправиться два миссионера и два каннибала. Миссионеры боятся каннибалов, и хотят всё время быть вдвоём. Как им всем переправиться?

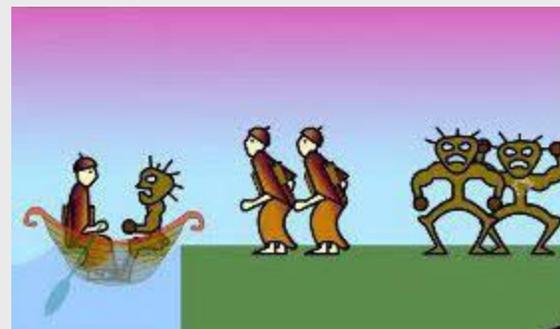
Ответ:

М – миссионер, К – каннибал, > рейс на другой берег, < рейс обратно.

КК>, К<, ММ>, К<, КК>

Миссионеры и каннибалы - 2

В лодке, вмещающей только двух человек, с левого берега реки на правый должны переправиться три миссионера и три каннибала. Миссионеры боятся оставаться на каком-нибудь берегу в меньшинстве. Как им всем переправиться?



Миссионеры и каннибалы - 2

В лодке, вмещающей только двух человек, с левого берега реки на правый должны переправиться три миссионера и три каннибала. Миссионеры боятся оставаться на каком-нибудь берегу в меньшинстве. Как им всем переправиться?

Ответ:

М – миссионер, К – каннибал, > рейс на другой берег, < рейс обратно.

КК>, К<, КК>, К<, ММ>, МК<, ММ>, К<, КК>, К<, КК>

Странный лифт

В кабине лифта 20-этажного дома есть две кнопки. При нажатии на одну из них лифт поднимается на 13 этажей, а при нажатии на другую опускается на 8 этажей. Как попасть с 13-го этажа на 8-й?

Странный лифт

В кабине лифта 20-этажного дома есть две кнопки. При нажатии на одну из них лифт поднимается на 13 этажей, а при нажатии на другую опускается на 8 этажей. Как попасть с 13-го этажа на 8-й?

**13 → 5 → 18 → 10 → 2 → 15 → 7 → 20 → 12 → 4 →
→ 17 → 9 → 1 → 14 → 6 → 19 → 11 → 3 → 16 → 8.**

Крестьянин, 2 волка, собака, коза и капуста

Крестьянин с двумя волками, собакой, козой и мешком капусты подошел к реке. Ему надо переправиться на другой берег, однако лодка трехместная, каждое место занимает человек, животное или мешок капусты. Нельзя оставлять без присмотра волка с козой или собакой, собаку – с козой, а козу – с капустой. Как крестьянину переправиться без потерь?

Крестьянин, 2 волка, собака, коза и капуста

Решение:

В – волк, Кз – коза, Кп – капуста, С – собака, > рейс на другой берег, < рейс обратно.

С Кз>, С<, ВВ>, Кз<, С Кп>, С<, С Кз>

Спасибо за внимание!

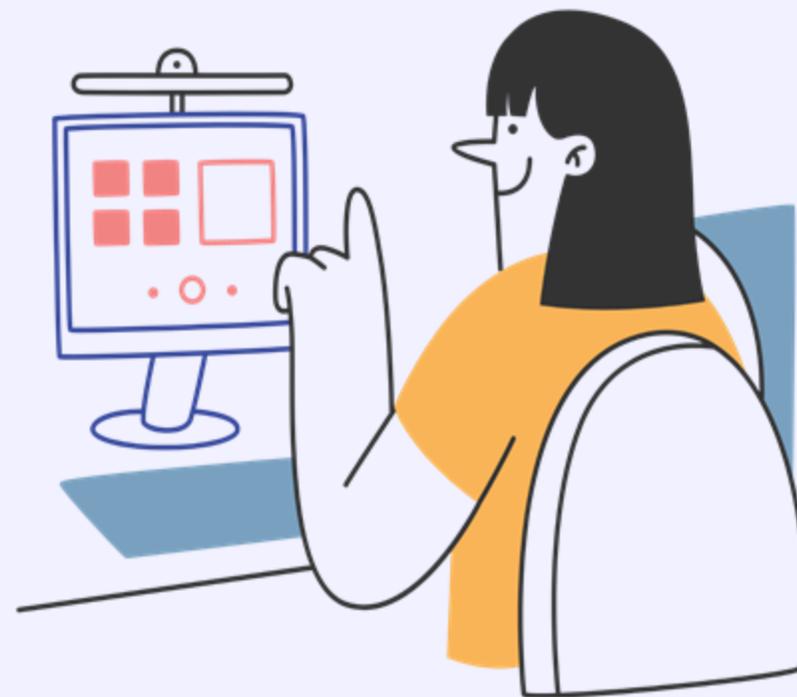
Совсем скоро презентация и домашнее задание появятся на гугл-диске и на сайте)

Домашнее задание присылайте на почту - info@oxbridge.ru

В теме письма указывайте фамилию, предмет и номер группы

Не забудьте отправить ДЗ не позднее, чем за 2 дня до начала следующего занятия (до четверга включительно)

Хороших выходных!



Использованные материалы

- Архив занятий Малого Мехмата МГУ <http://mddf.msu.ru/archive/>
- Задачи с сайта <https://problems.ru/>
- Задачи с сайта <http://ashap.info/Zadachi/>