**Домашнее задание к занятию 8.**

**Пожалуйста, присылайте решения задач из домашнего задания на почту info@oxbridge.ru (в копию ставьте, пожалуйста, masha.sham1@yandex.ru) до четверга 30.11.23 включительно. В теме письма укажите, пожалуйста, фамилию и имя, номер группы (М-3), название предмета.**

Дублирую справку по комбинаторике из прошлых дз. Ознакомьтесь с ней и повторите определение вероятности, пожалуйста. Далее переходите к решению задач.

## Теоретическая справка по комбинаторике:

**Правило суммы.** Если два действия A и B взаимно исключают друг друга, причем действие A можно выполнить m способами, а B – n способами, то выполнить одно любое из этих действий (либо A, либо B) можно n + m способами.

**Правило произведения**. Пусть требуется выполнить последовательно k действий. Если первое действие можно выполнить $n_1$ способами, второе действие $n_2$ способами, третье – $n_3$ способами и так до k-го действия, которое можно выполнить $n_k$ способами, то все k действий вместе могут быть выполнены: $N=n_1\times n_2\times n_3\times\ldots\times n_k$

**Перестановки без повторений:**

Берутся все n элементов исходного множества, меняется лишь порядок их следования друг за другом. Все элементы разные. Тогда возможное число перестановок элементов:

$$P_n = n!$$

**Размещения:**

Из исходного множества («алфавита» из n элементов) берется только m каких-то элементов, и выполняются различные перестановки только этого количества элементов. При этом рассматриваются все возможные способы выборки такого количества элементов из исходного множества. Например, когда из исходного множества из n = 3 цифр: {1, 2, 3} берутся подмножества из m = 2 цифр: {1, 2}, {1, 3} и {2, 3}, мы получаем следующую подборку комбинаций:

{1, 2}
{2, 1}
{1, 3}
{3, 1}
{2, 3}
{3, 2}

Количество различных возможных вариантов таких комбинаций элементов вычисляется по формуле:

$$A_n^m = \frac{n\,!}{(n-m)!}$$

**Сочетание:** Сколькими способами можно выбрать из n элементов m?

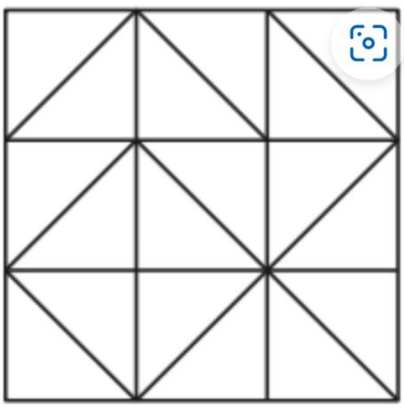
$$C_n^m = \frac{n!}{(n-m)!\cdot m!}.$$

**Перестановки с повторениями.** Пусть исходное множество может, кроме уникальных, неповторяющихся, содержать какие-то одинаковые элементы, например:
{1, 1, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3}. Тогда при всех возможных перестановках будут возникать одинаковые варианты, в которых местами меняются только одинаковые элементы. Такие повторы необходимо исключить при подсчете количества неповторяющихся комбинаций.

$$P(n_1, n_2, \ldots, n_k) = \frac{n!}{n_1!\cdot n_2!\cdot \ldots !\cdot n_k!},$$

где $n = n_1 + n_2 + \ldots + n_k$.

1. Квадрат разбит на треугольники (см. рисунок). Сколько существует способов закрасить ровно треть квадрата? Маленькие треугольники нельзя красить частично.



2. На плоскости дано $n$ прямых общего положения. Чему равно число образованных ими треугольников?

3. Каждую клетку квадратной таблицы 2×2 можно покрасить в чёрный или белый цвет. Сколько существует различных раскрасок этой таблицы?

4. В ящике 100 деталей, из них 30 – деталей 1-го сорта, 50 – 2-го, остальные – 3-го. Какова вероятность извлечения из ящика одной детали 1-го или 2-го сорта?