



ЗАОЧНАЯ ФИЗМАТШКОЛА

ИЗБРАННЫЕ ЗАДАНИЯ
РОССИЙСКИХ И
ЗАРУБЕЖНЫХ ЭКЗАМЕНОВ И
ОЛИМПИАД

- +7 495 650-99-95
- +7 495 694-36-00
- +7 925 505-24-42
- +7 916 151-25-94
- info@albioncom.ru

Занятие №3

Кружок по математике



Вспомним тему
прошлого занятия



Принцип Дирихле



Самая популярная формулировка принципа Дирихле такова:
«Если в n клетках сидит m зайцев, причем $m > n$, то хотя бы в одной клетке сидят по крайней мере два зайца».



Делим приз

За победу в турнире команда из 8 человек получила 12 конфет. Дети поделили конфеты между собой, не разламывая их. Определите, верны ли следующие утверждения:

- А) «кому-то досталось по крайней мере 2 конфеты»;
- Б) «кому-то досталось по крайней мере 3 конфеты»;
- В) «двум людям досталось по крайней мере две конфеты»;
- Г) «каждому досталась хотя бы одна конфета».

Финальный матч

На финальном матче школьного первенства по баскетболу команда БА забила 9 мячей.

Докажите, что найдутся два игрока этой команды, забившие поровну мячей. (В команде было 5 игроков.)

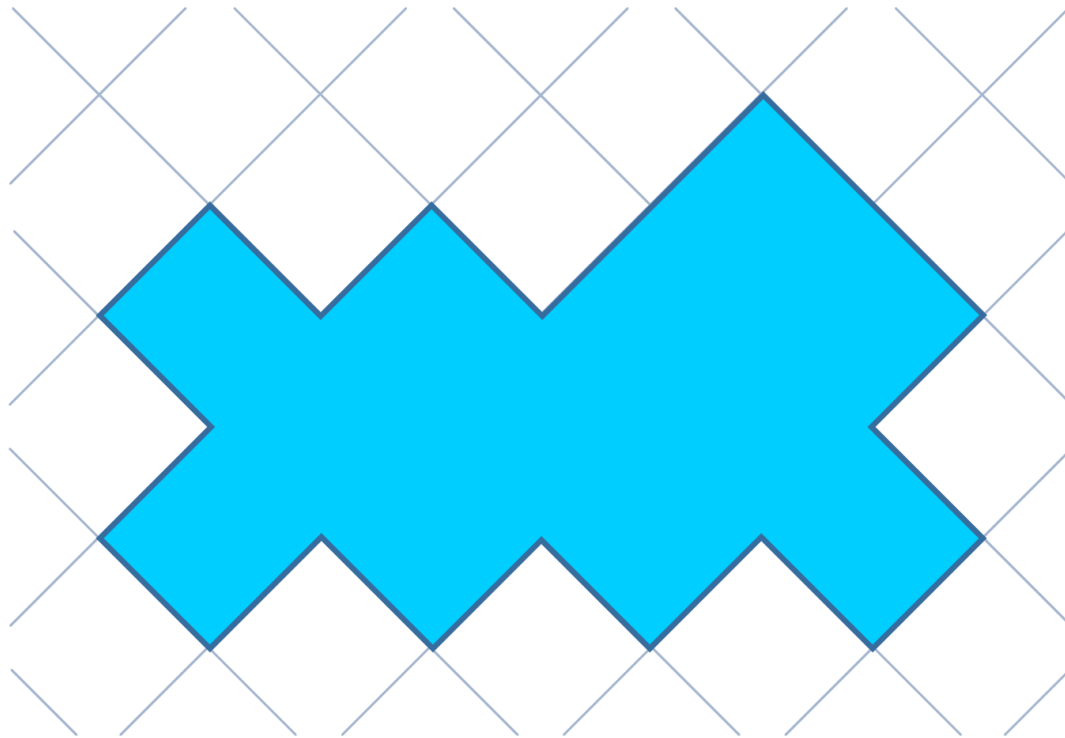


Блиц-задача



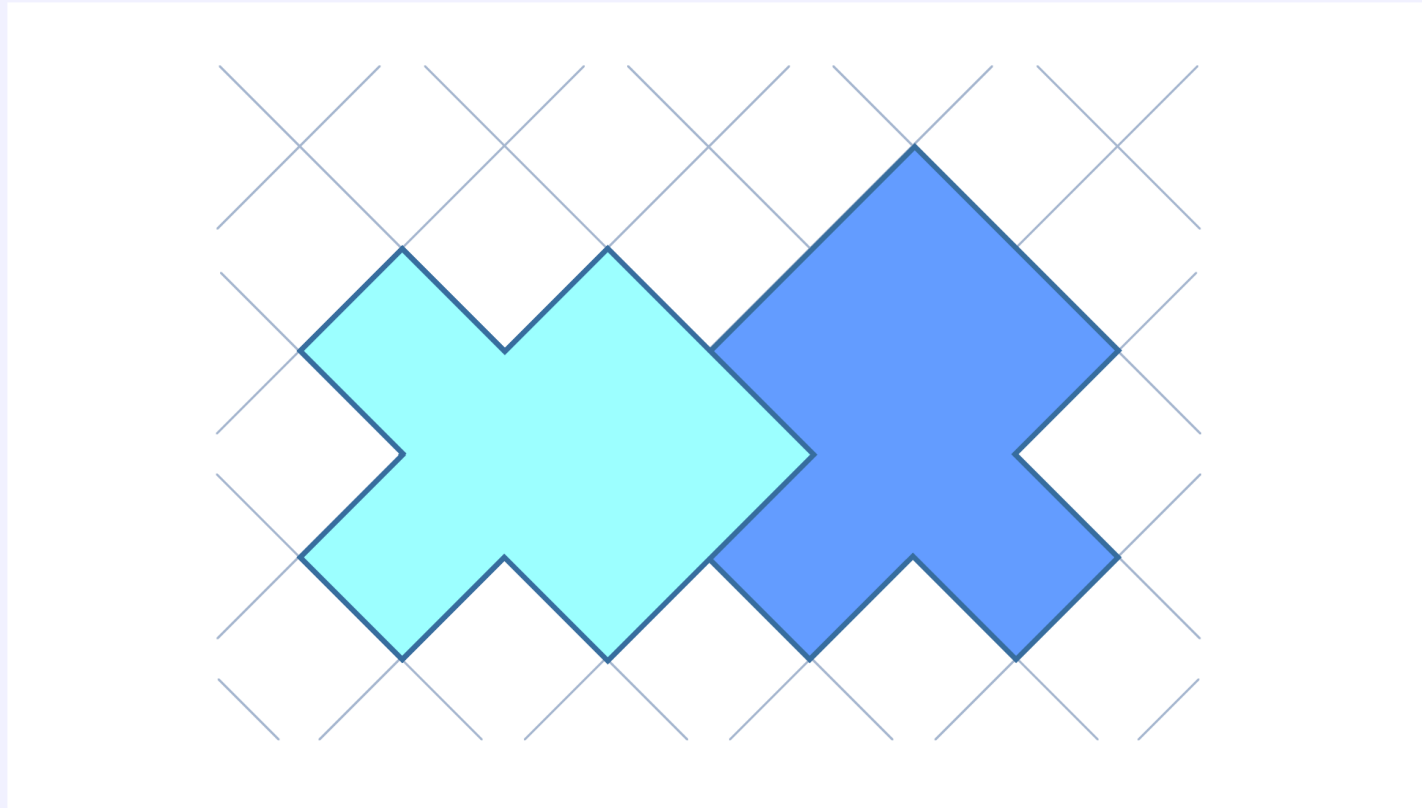
«Безумный разрез» Мартина Гарднера

Мартин Гарднер — известный американский писатель, математик-любитель, автор множества статей и книг по занимательной математике, научно-популярных этюдов, математических фокусов, головоломок и задач на сообразительность и множества других публикаций.



Сделайте один разрез (или нарисуйте одну линию) — не обязательно, прямую — чтобы разделить нарисованную фигуру на две одинаковые части.

«Безумный разрез» Мартина Гарднера



Третье занятие. Круги Эйлера



Круги Эйлера – геометрическая схема, с помощью которой можно изобразить отношения между подмножествами, для наглядного представления.



СОБАКИ



КОШКИ



СФИНКСЫ



Круги Эйлера

- Автор метода - ученый Леонард Эйлер (1707-1783). Он так и говорил о названных его именем схемах: «круги подходят для того, чтобы облегчить наши размышления».
- Круги Эйлера имеют прикладное назначение, то есть с их помощью на практике решаются задачи на объединение или пересечение множеств в математике, логике, менеджменте и не только.

ПАМЯТКА ЗАКАЗЧИКУ

Ты сам веришь, что такое бывает?..

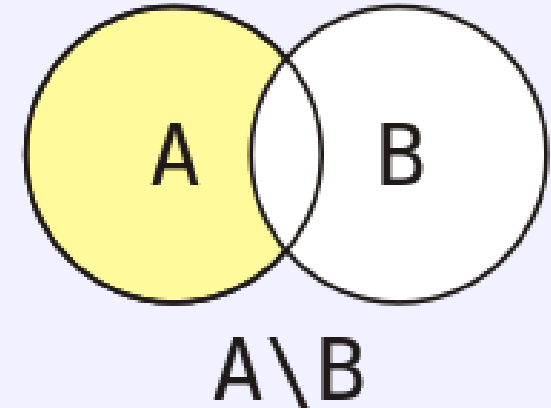
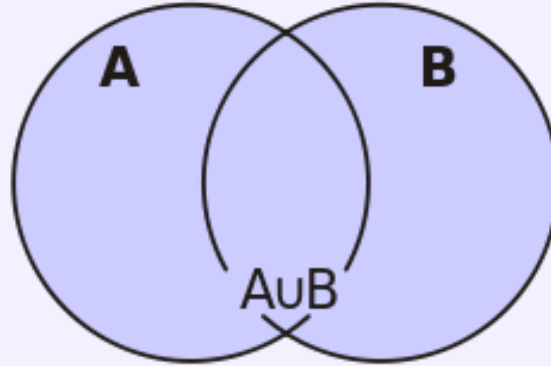
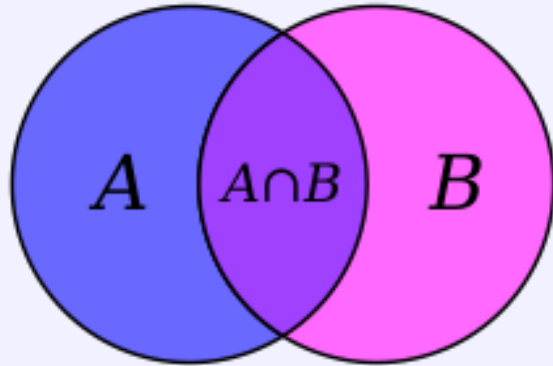


Убей себя!

Подготовлено на основе проекта Кольма Хармана:
© WeelkaDesign (vk.com/weelkadesign)



Множества



ПЕРЕСЕЧЕНИЕ МНОЖЕСТВ

Если объект принадлежит сразу нескольким множествам (то есть лежит в пересечении множеств), обозначающая его точка находится в пересечении соответствующих этим множествам кругов.

ОБЪЕДИНЕНИЕ МНОЖЕСТВ

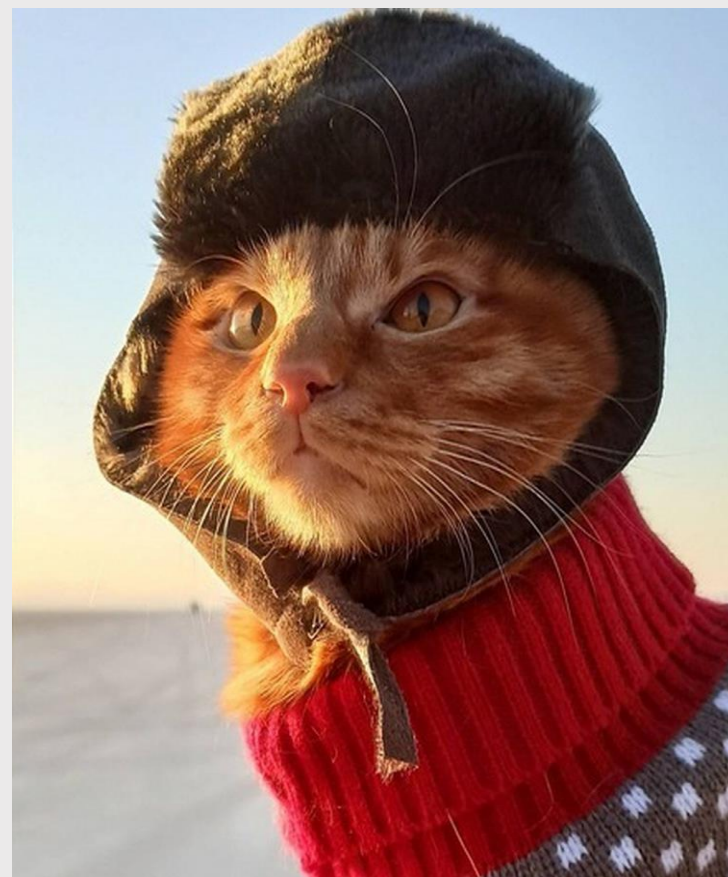
Если объект принадлежит хотя бы одному из нескольких множеств, то говорят, что он принадлежит их объединению. Значит, что точка лежит хотя бы в одном из кругов, соответствующих этим множествам.

РАЗНОСТЬ МНОЖЕСТВ

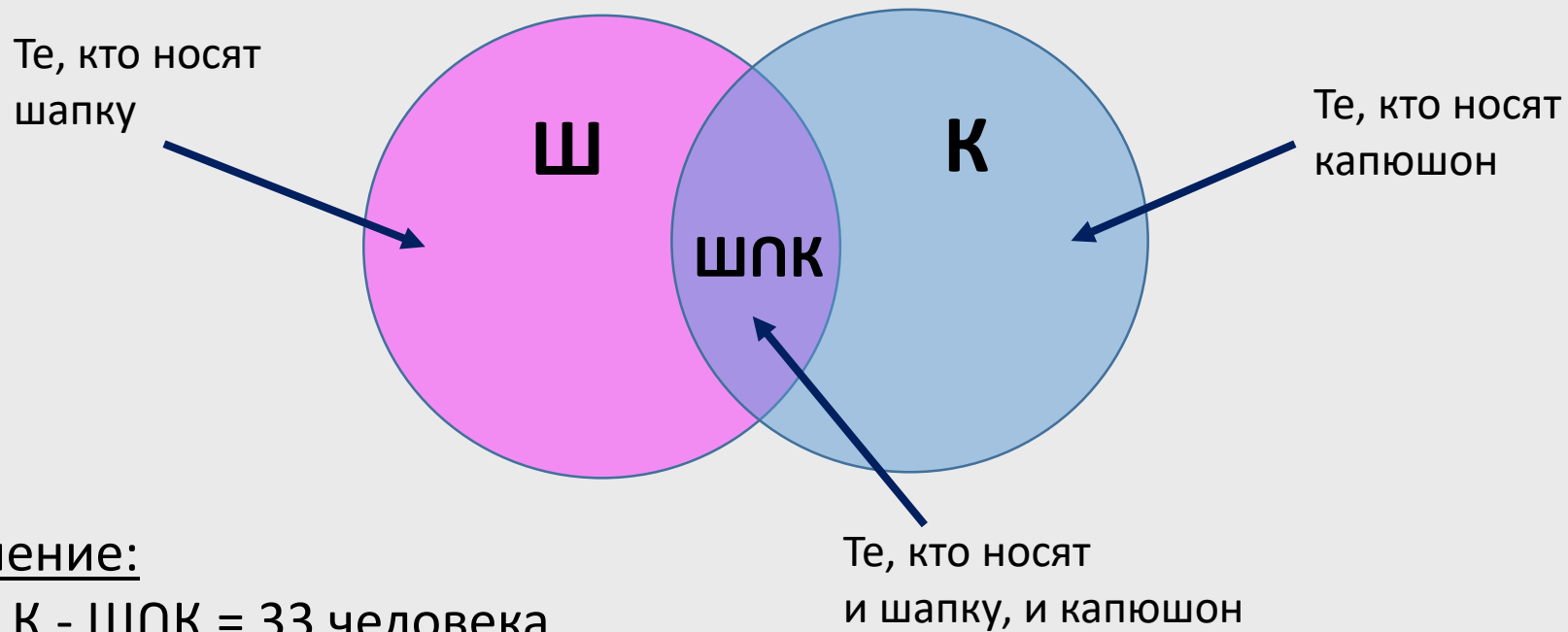
Объект лежит в разности двух множеств, если он лежит в первом из них, но не лежит во втором.

Головные уборы

В классе 33 ученика. Каждый из них носит шапку или капюшон, причём 10 носят и то и другое. Сколько учеников носят капюшон, если шапку носят 28 учеников?



Головные уборы



Решение:

$$\text{Ш} + \text{К} - \text{ШК} = 33 \text{ человека}$$

$$\text{ШК} = 10 \text{ человек}$$

$$\text{Ш} = 28 \text{ человек}$$

$$\text{Значит, К} = 33 + \text{ШК} - \text{Ш} = 33 + 10 - 28 = \underline{15 \text{ человек}}$$

Биология или математика?

В классе все увлекаются математикой или биологией. Сколько человек в классе, если математикой увлекаются 15 человек, биологией — 20, а математикой и биологией одновременно — 10?

В кинотеатре

В кино пришло 100 ребят. На приключенческий фильм было продано 87 билетов, а на комедию — 63. Сколько ребят посмотрели и тот фильм, и другой? (Каждый посмотрел по меньшей мере один из фильмов.)

В кондитерской

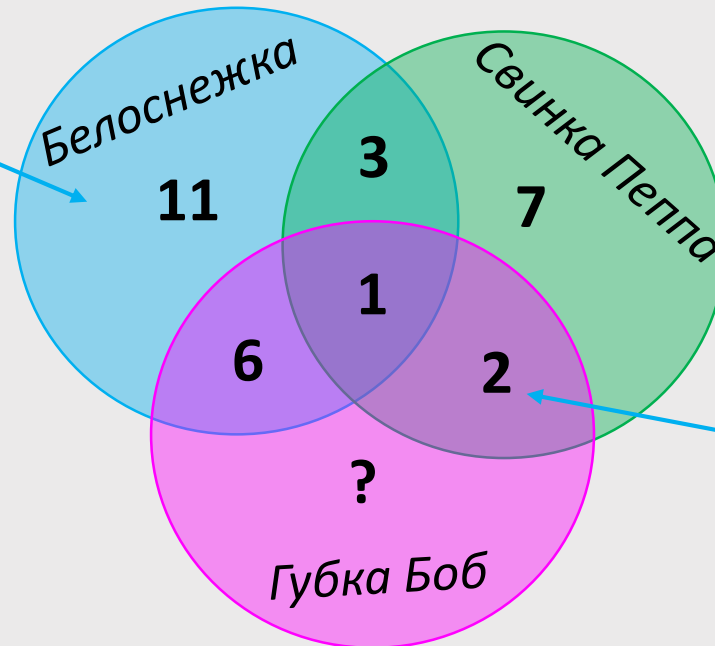
В кондитерском отделе супермаркета посетители обычно покупают либо один торт, либо одну коробку конфет, либо один торт и одну коробку конфет. В один из дней было продано 57 тортов и 36 коробок конфет. Сколько было покупателей, если 12 человек купили и торт, и коробку конфет?

Любимые мультфильмы

Шестиклассники заполняли анкету с вопросами об их любимых мультфильмах. Оказалось, что большинству из них нравятся «Белоснежка и семь гномов», «Губка Боб Квадратные Штаны» и «Свинка Пеппа». В классе 38 учеников. «Белоснежка и семь гномов» нравится 21 ученику. Причем трем среди них нравятся еще и «Свинка Пеппа», шестерым - «Губка Боб Квадратные Штаны», а один ребенок одинаково любит все три мультфильма. У «Свинки Пеппы» 13 фанатов, пятеро из которых назвали в анкете два мультфильма. Надо определить, скольким же шестиклассникам нравится «Губка Боб Квадратные Штаны».

Любимые мультфильмы

$$21 - 6 - 3 - 1 = 11$$



$$5 - 3 = 2$$

$$38 - 11 - 7 - 6 - 3 - 2 - 1 = \underline{8 \text{ фанатов мультфильма «Губка Боб Квадратные Штаны»}}$$

Сноуборд, скейтборд и ролики

Из 100 ребят, отправляющихся в детский оздоровительный лагерь, кататься на сноуборде умеют 30 ребят, на скейтборде — 28, на роликах — 42. На скейтборде и на сноуборде умеют кататься 8 ребят, на скейтборде и на роликах — 10, на сноуборде и на роликах — 5, а на всех трех — 3. Сколько ребят не умеют кататься ни на сноуборде, ни на скейтборде, ни на роликах? (В число умеющих кататься на сноуборде включены те, кто умеет кататься ещё на чём-либо, и так далее).

Дополнительные задачки



Странная тетрадь

Однажды на лестнице была найдена странная тетрадь. В ней было записано сто утверждений:

"В этой тетради ровно одно неверное утверждение";

"В этой тетради ровно два неверных утверждения";

"В этой тетради ровно три неверных утверждения";

...

"В этой тетради ровно сто неверных утверждений".

Есть ли среди этих утверждений верные, и если да, то какие?

Три друга и три факультета

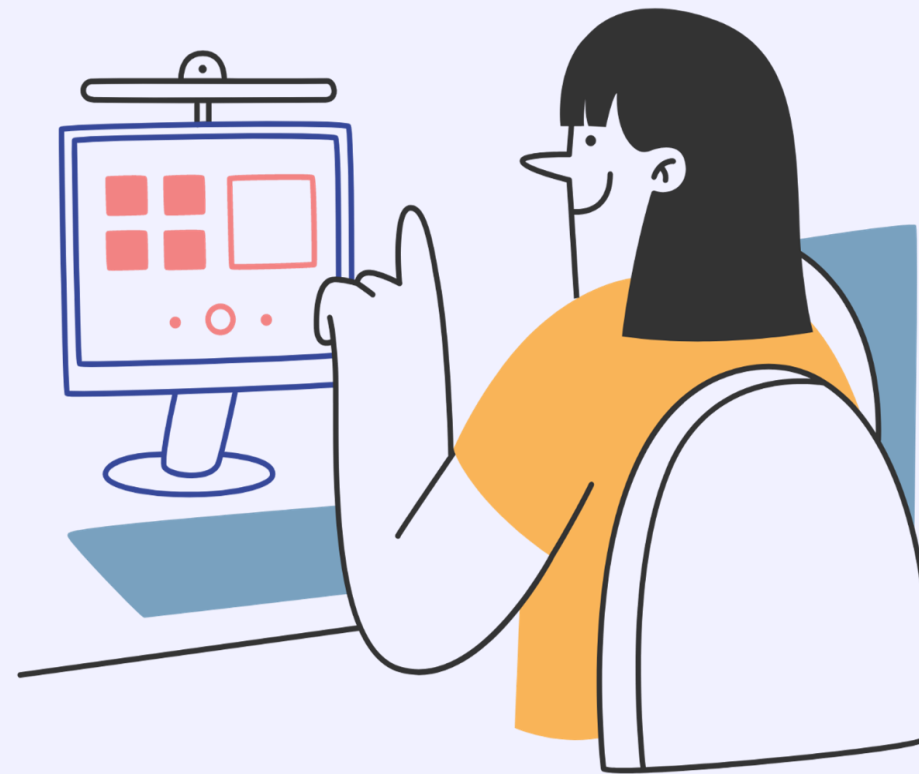
Три друга — Пётр, Роман и Сергей — учатся на математическом, физическом и химическом факультетах. Если Пётр математик, то Сергей не физик. Если Роман не физик, то Пётр математик. Если Сергей не математик, то Роман — химик. Сможете ли вы определить специальности каждого?

Спасибо за внимание!

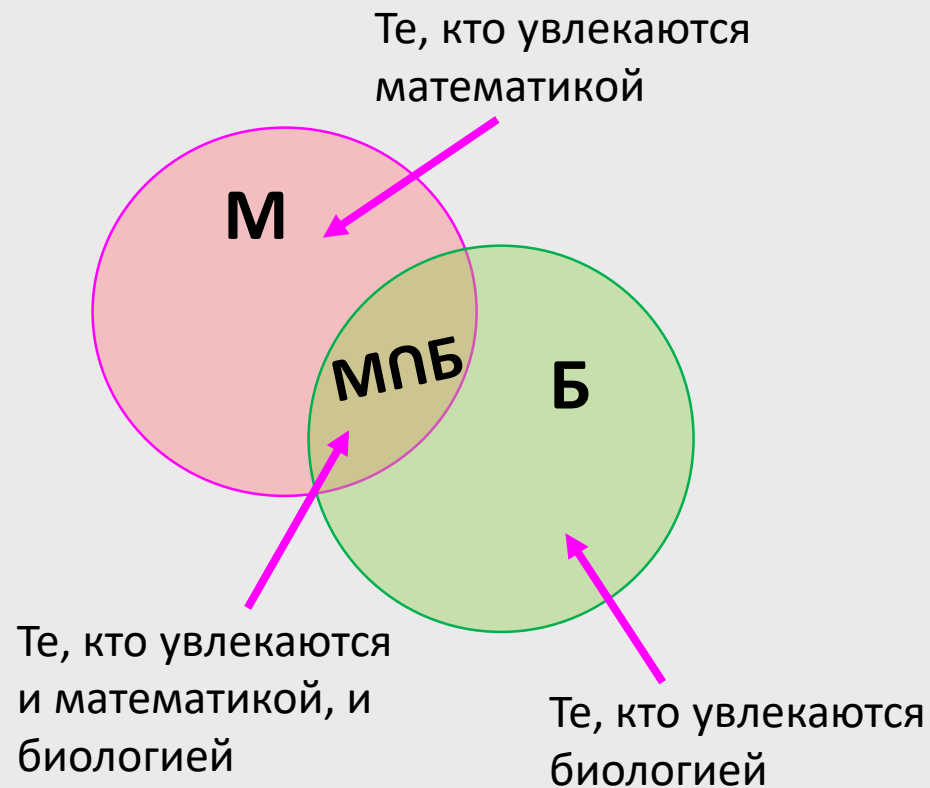
Совсем скоро презентация и домашнее задание появятся в скайпе)

Не забудьте отправить ДЗ не позднее, чем за 2 дня до начала следующего занятия (до четверга включительно)

Хороших выходных!



Биология или математика?



Решение:

М = 15 человек

Б = 20 человек

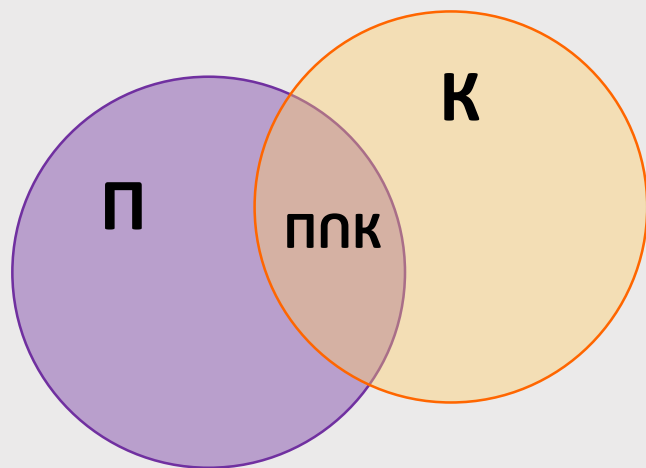
МПБ = 10 человек

Всего в классе - М + Б - МПБ

$M + B - \text{МПБ} = 15 + 20 - 10 =$

25 человек

В кинотеатре



Решение:

Всего в кино пришло - $P + K - ПК = 100$ ребят

$P = 87$ человек

$K = 63$ человек

Следовательно, $ПК = 87 + 63 - 100 =$

50 человек посмотрели и комедию, и
приключенческий фильм

В кондитерской

Решение:

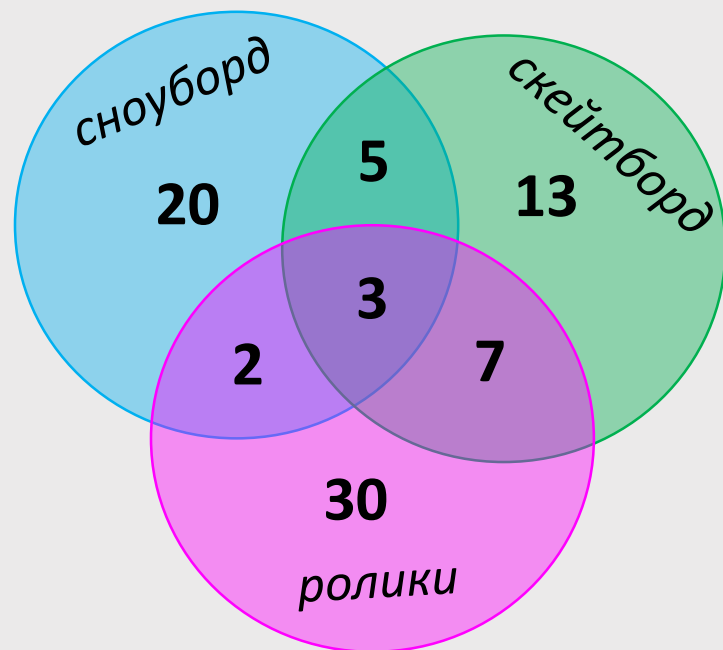
T = 57 покупателей купили торт

K = 36 покупателей выбрали коробку конфет

T∩K = 12 покупателей

Всего - $T + K - T∩K = 57 + 36 - 12 = \underline{81}$ покупатель

Сноуборд, скейтборд и ролики



Решение: На сноуборде и скейтборде умеют кататься 8 человек, причем из них 3 умеют кататься ещё и на роликах, следовательно, тех, кто умеет кататься только на сноуборде и скейтборде – $8 - 3 = 5$ человек. Аналогично, находим, что только на скейтборде и роликах – 7, на сноуборде и роликах – 2 человека. Теперь ищем, сколько человек умеют кататься только на одном спортивном снаряде. Рассмотрим на примере скейтборда: 28 (всего умеют кататься на скейтборде) – 5 (сноуборд + скейтборд) – 7 (скейтборд + ролики) – 3 (все 3 вида) = 13 человек. Аналогично, найдем и для других видов спорта.

$100 - 20 - 13 - 30 - 2 - 5 - 7 - 3 = \underline{20}$ человек не умеют кататься ни на сноуборде, ни на скейтборде, ни на роликах

Использованные материалы

- Архив занятий Малого Мехмата МГУ <http://mddf.msu.ru/archive/>
- Задачи с сайта <https://problems.ru/>
- <https://logiclike.com/math-logic/interesno-polezno/famous-math-puzzles>